אינטגרליים לא אמיתיים

תהי פונ' אינטגרבילית בכל קטע מהצורה כאשר a קבוע ו. נתבונן באינטגרל . אם קיים הגבול אזי נאמר שהפונ' אינטגרבילית בקטע ונסמן . אם הגבול אינו קיים או שהוא אינסופי אזי נאמר שהאינטגרל אינו קיים.

# הגדרה

אינטגרל מסויים יקרא "לא אמיתי" מסוג ראשון אם הוא בעל גבול אינטגרציה אינסופי(תחתון או עליון).

# תכונות חשובות

* לכל נק' c מתקיים כי .
* מספיק שאחד האינטגרלים באגף ימין יתבדר כדי שהאינטגרל באגף שמאל יתבדר.
* מתכנס ⬄ .

# דוגמה

*ולכן האינטגרל מתבדר.*

# תרגיל

חשבו

## פתרון

# תרגיל

חשבו

## פתרון

זה מתבדר ולכן כל האינטגרל מתבדר, אבל נחשב בכל זאת את החצי השני:

# מבחן השוואה ראשון

בהינתן   
אז מתקיים מתכנס ⇦ מתכנס.

# תרגיל

קבעו התכנסות של

## פתרון

לכל , .  
לכל מתקיים ש

# הערה

כאשר נתון אינטגרל לא אמיתי ונתון כי הפונ' אינטגרבילית אז כל אינטגרל חלקי עם גבולות סופיים מתכנס וצריך לבדוק רק התכנסות ה"חלק" עם הגבולות האינסופיים.

# תרגיל

קבבבעו התכנסות

## פתרון

היא פונקציה עולה, לכן לכל מתקיים ⇦   
כעת נבדוק את התכנסות האינטגרל :  
ומאחר ו מתבדר אז מתבדר.

# מבחן ההשוואה השני

בהינתן וקיים הגבול אזי

* אם אזי האינטגרלים של f וg מתכנסים ומתבדרים "ביחד".
* אם אזי אם האינטגרל של g מתכנס אזי f מתכנס.
* אם אזי אם האינטגרל של f מתכנס אזי g מתכנס.

# תרגיל

קבעו התכנסות של

## פתרון

כעת נבדוק מהו

לכל והם מתבדרים ביחד.

# מבחן דריכלה

תהיינה f,g פונ' רציפות ב כך ש:

1. f שואפת לאפס.
2. רציפה בקטע.
3. הפונ' חסומה

אזי מתכנס.

# תרגיל

הוכח כי מתכנס לכל

## פתרון

לכן חסומה, כמו כן רציפה וf שואפת ל0, ולכן תנאי המשפט מתקיימים ולכן האינטגרל מתכנס.

# משפט

תהי פונ' חיובית לא עולה בקטע ואינטרגבילית בכל קטע מהצורה כאשר . הטור והאינטגרל מתכנסים ומתבדרים יחד.

## דוגמה

האינטגרל אם מתכנס ואם האינטגרל מתבדר. אנחנו יודעים שהטור מתכנס אם ואם הוא מתבדר.

# תרגיל

בדקו התכנסות הטור

## פתרון

ולכן הטור מתבדר.